

Conhecimento e Verdade na Matemática: O argumento de Benacerraf e a reação do platonismo matemático

André Nascimento Pontes¹

Resumo: O núcleo do presente artigo pode ser dividido em duas partes: na primeira parte eu apresento, em linhas gerais, o argumento de Benacerraf contra o realismo platônico na matemática. Esse argumento está fundado numa abordagem causal da noção de conhecimento. A segunda parte é dedicada a algumas críticas desferidas contra a posição de Benacerraf. Entre elas destaco as respostas de Chateaubriand e Linnebo. Por fim, na conclusão, tento apresentar o que penso serem os pontos fortes e fracos dos dois lados do debate.

Palavras-chave: conhecimento, verdade, matemática e platonismo.

Em filosofia da matemática, questões do tipo “Qual o objeto de estudo da matemática?”, “Existem números, funções, conjuntos, etc.?” ou ainda, “Do que tratam as verdades matemáticas?” são todas questões ditas metafísicas, pois têm como núcleo a investigação acerca da constituição da realidade descrita pelas teorias matemáticas. Por outro lado, questões que têm como pano de fundo a pergunta pela caracterização e legitimação do conhecimento matemático são questões ditas epistemológicas. Exemplos de tais questões são: “O que garante nosso acesso às verdades matemáticas?” “O que é o conhecimento matemático?”, “Como entidades matemáticas tais como números, conjuntos ou funções, podem ser objeto do nosso conhecimento?”. No presente artigo essas duas abordagens estão articuladas através da correlação entre a noção de *conhecimento* – o conceito epistêmico por excelência – e a noção de *verdade*, tipicamente interpretada enquanto um conceito metafísico. Essas duas noções se encontram ligadas no argumento de Benacerraf contra a abordagem realista platônica do conhecimento matemático.² Minha pretensão aqui é apresentar, tanto o argumento causal de Benacerraf descrito no artigo “Mathematical Truth”, quanto analisar algumas respostas a esse argumento que julgo relevantes para o debate. Em última instância, o que está em jogo para Benacerraf são nossas condições de acesso às verdades matemáticas, ou seja, a legitimidade do conhecimento matemático. Nesse sentido, embora seu artigo verse sobre o tópico metafísico da verdade matemática, o argumento de Benacerraf é claramente epistêmico.

¹ Doutorando em filosofia pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC Rio). Professor da Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Email: filospontes@yahoo.com.br.

² Por *abordagem realista platônica da matemática* deve-se entender aqui, não somente as teses de Platão sobre a natureza de entidades matemáticas e sua epistemologia da matemática, mas toda e qualquer abordagem que assuma o comprometimento com a existência abstrata dos objetos descritos através do discurso matemático. Isso inclui as teses logicistas de Frege, a intuição matemática de Gödel juntamente com suas conseqüências filosóficas e até mesmo o empirismo holista e o argumento da indispensabilidade de Quine.

No que segue, dividi minha exposição nas seguintes etapas: na seção 1 apresento, em linhas gerais, o argumento de Benacerraf contra o realismo platônico em filosofia da matemática, bem como algumas das posições filosóficas adotadas pelo autor e pressupostas no argumento. Na seção 2 apresento algumas das respostas – de orientação platonista ou não – ao argumento de Benacerraf e que ajudaram a enriquecer o debate entorno do tema nas últimas décadas.

1. Benacerraf e a abordagem causal da noção de *conhecimento*

Em seu artigo “Mathematical Truth”, publicado originalmente em 1973, Paul Benacerraf apresenta um argumento de orientação epistêmica para tentar refutar a abordagem platonista da matemática segundo a qual o conhecimento matemático é fundamentalmente um conhecimento acerca de entidades abstratas.³ Embora o artigo de Benacerraf tenha como núcleo a noção de verdade matemática, ele tenta articular esse núcleo básico com noções mais amplas que de uma forma ou de outra dependem da nossa compreensão do que caracteriza uma sentença verdadeira na matemática. A mais ampla de todas essas noções é a de conhecimento matemático. O argumento de Benacerraf contra o realismo platônico está fundado na chamada abordagem causal do conhecimento que afirma que a noção de conhecimento pressupõe algum tipo de interação causal entre o sujeito que possua uma crença acerca da realidade – ou seja, o sujeito do conhecimento – e algum fato ou estado de coisas objetivo que torne a crença do sujeito verdadeira. Essa abordagem está diretamente ligada tanto a uma concepção correspondencialista do conceito de verdade quanto à concepção clássica de conhecimento como crença verdadeira justificada.⁴ De acordo com Benacerraf (1973, p.671), qualquer boa justificativa que um sujeito *s* possa vir a apresentar para provar seu conhecimento de que uma proposição *P* é verdadeira, pressupõe que *s* esteja em uma conexão causal com todos os referentes de termos como nomes, predicados e quantificadores presentes em *P*;⁵ além, é claro, de que o estado de coisas descrito por *P* ocorra, ou ainda, que ele seja um fato.

³ Para uma análise introdutória da noção de “entidade abstrata” Cf. LOWE, E. J. “The metaphysics of abstracts objects”. in: *The Journal of Philosophy*, vol. XCII, nº10, out. de 1995. No artigo em questão, Lowe apresenta basicamente três concepções de objeto abstrato: um objeto pode ser entendido como abstrato (1) enquanto oposto ao concreto, ou seja, não localizado no espaço-tempo e destituído de interação causal com objetos concretos, (2) enquanto algo concebido como incapaz de desfrutar de uma existência independente e, por fim, (3) enquanto algo que é concebido e introduzido através de princípios de abstração. É precisamente o primeiro sentido de abstração que será relevante para a crítica de Benacerraf à concepção platonista da matemática.

⁴ A ideia básica por trás da concepção clássica de conhecimento enquanto *crença verdadeira justificada* é que podemos afirmar que um sujeito *s* sabe que uma proposição *P* é verdadeira, caso: (i) *s* acredite que *P*; (ii) *s* possua uma justificativa para *P* e (3) *P* seja *de fato* verdadeira. Embora haja uma literatura relevante que lance suspeitas sobre a credibilidade dessa definição – com destaque especial ao célebre artigo de Gettier (1963) – não é meu objetivo no presente artigo discuti-la, mas apenas mostrar em que termos Benacerraf pensa o requisito (ii) quando *P* é uma proposição matemática. Em outras palavras, quais são os pressupostos que um sujeito deve satisfazer para dizer que conhece alguma verdade matemática.

⁵ A abordagem causal de conhecimento defendida por Benacerraf foi claramente influenciada pela *teoria causal da referência* de Kripke (1972). O próprio Benacerraf ressalta essa influência (1973, p.662, n.2; p.671) ao assumir que sua abordagem dos conceitos de *conhecimento* e *verdade* está subordinada a noção de *referência* tal como Kripke a pensou.

O problema levantado por Benacerraf surge quando tentamos compatibilizar a abordagem causal do conhecimento com a concepção realista platônica da matemática. Um platonista típico em filosofia da matemática alega que proposições matemáticas se referem a objetos abstratos, ou seja, objetos com os quais não estamos em conexão causal. Um objeto abstrato não está localizado no espaço-tempo e, portanto, não podemos acessá-lo; pelo menos não enquanto causa de uma experiência empírica. O que Benacerraf tenta mostrar é que, se assumirmos – como ele assume – a tese da abordagem causal do conhecimento, fica claro que o platonista não possui uma boa explicação para a aquisição de conhecimento matemático. A rigor, a conclusão que se seguiria é que, não só *não* poderíamos ter conhecimento de verdades matemáticas, pois não estamos em conexão com os objetos que legitimam tais verdades, mas também, como ressalta Chateaubriand (2007, p. 511), sequer poderíamos enunciar sentenças matemáticas com sentido. Para Benacerraf, como não há nenhuma conexão causal entre entidades como números ou conjuntos e a mente de um matemático – pressupondo que tais entidades existam *de fato*, como defende o realista platônico – não há também acesso epistêmico a elas. Em última instância, a própria afirmação da existência de tais entidades não está legitimada. Ocorre que, a despeito da incompatibilidade entre a abordagem causal de conhecimento e o realismo platônico, é fato não disputável que possuímos conhecimento de verdades matemáticas. Portanto, conclui Benacerraf, o realismo platônico está equivocado.

Grosso modo, a estrutura geral do argumento de Benacerraf pode ser sintetizada da seguinte forma:⁶

- (1) Toda forma de conhecimento pressupõe uma conexão causal entre sujeito e objeto do conhecimento. (Abordagem causal da noção de conhecimento)
 - (2) Se o realismo platônico está correto, as teorias matemáticas são essencialmente teorias acerca de entidades abstratas, ou seja, entidades com as quais não estamos em nenhuma conexão causal, a exemplo de números e conjuntos. (Suposição)
 - (3) Logo, não deveríamos possuir conhecimento de verdades matemáticas. [obtido de (1) e (2)]
 - (4) No entanto, possuímos conhecimento de verdades matemáticas.
- ∴ A abordagem realista platônica da matemática está incorreta.

Essa é só mais uma instância do problema que o realismo platônico tem que enfrentar nos seus mais diversos *fronts* de batalha, seja na metafísica, na teoria do conhecimento, na filosofia da matemática ou qualquer outra área relevante da prática filosófica. O problema básico é explicar como temos acesso epistêmico a números, universais e diversas outras entidades abstratas. Esse problema é costumeiramente chamado de *problema da acessibilidade*.

Para uma melhor compreensão do que está em jogo no argumento de Benacerraf é importante ter em mente algumas de suas posições filosóficas gerais. Em última

⁶ O presente esquema do argumento de Benacerraf contra o realismo platônico em matemática será útil para os objetivos da próxima seção, a saber, apresentar algumas das respostas ao problema epistêmico levantado por Benacerraf. Como veremos adiante, tais respostas constituem ataques diretos à legitimidade das premissas (1) e/ou (2).

instância, Benacerraf está comprometido com o que ele chama de uma visão filosófica do todo (*over-all philosophical view*). É precisamente essa visão que o leva a sustentar de forma categórica que uma abordagem filosoficamente satisfatória de termos como “verdade”, “referência”, “significado” e “conhecimento” devem estar intimamente correlacionadas. Isso vale não só no que diz respeito à aplicação de tais termos no contexto das nossas teorias formais, tal como ocorre na matemática, mas igualmente ao uso desses termos em todas as nossas teorias de mundo:

An account of knowledge that seems to work for certain empirical proposition about medium-sized physical objects but which fails to account for more theoretical knowledge is unsatisfactory – not only because it is incomplete, but because it may be incorrect as well, even as account of the things it seems to cover quite adequately. To think otherwise would be, among other things, to ignore the interdependence of our knowledge in different areas (BENACERRAF, 1973, p.662).

De certa forma, essa busca por uma visão filosófica do todo defendida por Benacerraf e caracterizada aqui pela tentativa de articular todas as noções associadas à noção mais ampla de conhecimento, marca o que talvez seja o principal ponto de interseção entre sua posição e a posição platonista. Nesse sentido, da mesma forma que o platonista, Benacerraf sustenta que uma abordagem satisfatória da noção de conhecimento matemático deve estar em consonância com a ideia que temos de conhecimento de uma maneira geral. Uma teoria que explique como se constitui o conhecimento matemático deve, de igual maneira, ser um modelo explanatório adequado para a constituição do conhecimento não-matemático. O mesmo vale para a noção de verdade. Uma teoria da verdade matemática deve estar em consonância com uma teoria geral da verdade e, da mesma forma, uma semântica adequada para interpretar a linguagem matemática precisa ser compatível com uma epistemologia aceitável. O ponto de divergência entre a posição realista platônica e a de Benacerraf no que diz respeito à forma como é sustentada essa visão filosófica do todo é que: para os realistas, essa similaridade entre os modelos explanatórios de teorias matemáticas e não-matemáticas se dá através do comprometimento ontológico com entidades abstratas e requer algum estratagema que explique nosso misterioso acesso ao reino platônico habitado por tais entidades. Já a teoria causal defendida por Benacerraf é profundamente inspirada pela chamada *epistemologia naturalizada* que afirma basicamente que todo ser humano enquanto um ser físico-biológico está ligado à porção natural do universo e que, portanto, toda nossa estrutura cognitiva e o conteúdo do nosso conhecimento devem estar submetidos ao crivo da análise e métodos das ciências naturais.

Benacerraf (1973, pp.667-8) alega que, pelo menos no que se refere à teoria dos números e teoria dos conjuntos, a relação entre a semântica *standard* da linguagem matemática – que possui uma profunda inspiração platonista – e a epistemologia geral se dá de forma problemática. Ressaltando que, no presente contexto, por epistemologia geral e aceitável lê-se uma epistemologia naturalizada. Via de regra, as condições de verdade de uma proposição matemática são definidas pressupondo estados de coisas envolvendo objetos com os quais nenhum ser humano possui uma relação causal. É fato que nenhum ser humano possui percepção sensível acerca de números ou conjuntos.

Uma alternativa seria definir as condições de verdade de uma proposição matemática em termos estritamente sintáticos à maneira dos formalistas, por exemplo,

apelando para a noção de prova. Essa alternativa é chamada por Benacerraf (1973, p.668) de abordagem combinatorial (*combinatorial account*). Nesse contexto, uma proposição P é verdadeira caso haja uma derivação de P exclusivamente através de axiomas e regras de inferência. Ser verdadeiro seria equivalente a ser um teorema do sistema. O problema com essa abordagem é que ela fracassa completamente em expressar aquilo que temos em conta com a noção de verdade, a saber, a relação das proposições com uma realidade externa à linguagem através da qual elas são formuladas. Tal abordagem falharia em explicar a questão básica da aplicabilidade da matemática.

Da forma como penso o presente debate, questões epistemológicas sobre os fundamentos da matemática são embaraçosas não somente para os realistas platônicos. De fato, não há nenhuma abordagem em filosofia da matemática que ofereça um tratamento seguro e dominante da relação entre os objetos pressupostos pelo discurso matemático e nossas faculdades epistêmicas. É inegável que a teoria causal do conhecimento, no sentido de Benacerraf, põe obstáculos especiais ao platonismo, tendo em vista que ela se constitui enquanto negação de qualquer acesso a entidades abstratas. Não obstante, o proponente da teoria causal, a exemplo de Benacerraf, também precisa explicar o fato de possuímos conhecimento de verdades matemáticas. Se os objetos relatados no discurso matemático não são abstratos, eles tão pouco são objetos físicos. Não há da parte da teoria causal do conhecimento, portanto, nem uma boa explanação da relação entre nossas faculdades epistêmicas e o domínio pressuposto pelas teorias matemáticas, nem uma caracterização satisfatória da natureza dos pressupostos ontológicos desse mesmo domínio.

Por essas e outras razões, durante as últimas décadas as bases da teoria causal do conhecimento vêm sendo amplamente criticadas, não só pelo os proponentes do realismo platônico, mas por todos que, de uma forma ou de outra, não encontram em tal teoria uma abordagem satisfatória para aquisição de conhecimento acerca de domínios formais, como ocorre na matemática e na lógica. A questão é que, se por um lado a teoria causal expõe a fragilidade epistêmica do realismo platônico, ela mesma não é capaz de oferecer uma alternativa adequada para explicar a natureza do conhecimento matemático.

2. A reação: algumas respostas ao argumento de Benacerraf

De agora em diante, pretendo apresentar algumas das respostas ao problema epistêmico levantado por Benacerraf, bem como algumas das posições filosóficas contra as quais ele argumenta em “Mathematical Truth”. Nesse contexto, a abordagem de Gödel ao problema do acesso epistêmico às entidades matemáticas cumpre um papel de destaque.

Ao apresentar a abordagem realista platônica em “Mathematical Truth”, Benacerraf o faz através de uma breve análise dos argumentos que Gödel expôs em seu artigo clássico “What is Cantor’s continuum problem?” em favor do platonismo na matemática.⁷ De fato, Benacerraf parece ver na posição de Gödel um modelo fiel do que

⁷ É importante ressaltar que a posição de Gödel não é – como, à primeira vista, o título dessa seção poderia indicar – uma reação ao argumento de Benacerraf, mas, antes, um dos pontos a partir dos quais Benacerraf estabelece sua crítica ao realismo platônico. Gödel é tomado por Benacerraf enquanto um exemplo proeminente de um defensor da posição platonista em matemática.

ele chamou de posição *standard* em relação aos conceitos de verdade e conhecimento aplicados a contextos matemáticos. Benacerraf (1973, p.674) apresenta, em linhas gerais, a posição de Gödel a partir da análise da seguinte passagem:

(...) the objects of transfinite set theory (...) clearly do not belong to the physical world and even their indirect connection with physical experience is very loose (...)

But, despite their remoteness from sense experience, we do have a perception also of the objects of set theory, as is seen from the fact that the axioms force themselves upon us as being true. I don't see why we should have less confidence in this kind of perception, i.e., in mathematical intuition, than in sense perception, which induces us to build up physical theories and to expect that future sense perceptions will agree with them and, moreover, to believe that a question not decidable now has meaning and may be decided in the future (GÖDEL, 1947, pp. 483-4).

Como Benacerraf tenta mostrar, Gödel ataca o problema epistêmico em filosofia da matemática assumindo a existência de uma faculdade epistêmica especial. Tal faculdade é por ele chamada de *intuição matemática* e opera em relação aos objetos matemáticos enquanto um análogo da percepção sensível em relação aos objetos físicos. Gödel não via nenhuma boa razão para atribuir uma credibilidade incontestável à evidência e à percepção sensíveis e ao mesmo tempo rejeitar o que, para ele, era tão claro e evidente, a saber, a existência de uma percepção intelectual da realidade abstrata de entidades e relações lógico-matemáticas tais como funções, números ou conjuntos. Se tomarmos novamente o esquema do argumento de Benacerraf apresentado na seção anterior, fica clara a razão de Gödel rejeitar a conclusão derivada em tal argumento. A caracterização da posição realista platônica oferecida em (2) pressupõe que os realistas, de uma maneira geral, não possuem nenhuma explicação satisfatória da relação de acesso entre nossa estrutura cognitiva e o domínio de entidades abstratas. No entanto, a defesa que Gödel faz da existência de uma intuição matemática torna sua posição incompatível com a caracterização esboçada em (2). Gödel claramente assume o compromisso com a existência abstrata de objetos matemáticos e sustenta o acesso epistêmico a tais entidades por intermédio da intuição matemática, que para ele é tão legítima quanto a percepção sensível. Dessa forma, o realismo platônico de Gödel é compatível com tese da abordagem causal do conhecimento expressa em (1). Embora a conexão proposta por Gödel não seja do tipo pretendida pela epistemologia naturalizada, ou seja, em termos de uma causalidade material, ainda assim, a sua posição visa explicar a aquisição do conhecimento matemático em termos causais. Ocorre que, em Gödel, a noção de causalidade adquire uma acepção mais ampla que a de uma mera conexão material, como é corrente entre os naturalistas. Fica fácil perceber também que, caso Gödel esteja certo quanto à legitimidade da intuição matemática e seu caráter causal, a sentença (3) do argumento também estaria incorreta. O problema que Gödel deve enfrentar é que, embora ele apresente a intuição matemática enquanto uma conexão causal entre a estrutura cognitiva humana e o domínio abstrato dos objetos matemáticos – e é precisamente essa postura que torna a proposta de Gödel compatível com (1) – falta claramente uma explanação precisa do que consiste a natureza dessa causalidade abstrata caracterizada pela intuição matemática. O que os simpatizantes da

posição de Benacerraf alegam, com certa razão, é que a noção de intuição matemática de Gödel é filosoficamente obscura. Além disso, seja lá o que a intuição matemática for, ela não seria, segundo eles, algo que pudesse ser explanada em termos da noção de causalidade. Nesse contexto, parece ficar claro que a disputa se desenvolve em torno da definição de “causalidade”, mas esse é um ponto polêmico que não pode ser desenvolvido em detalhes e com rigor nos limites do presente artigo.

Obviamente, a existência de algo como uma intuição matemática, nos termos de Gödel, não é facilmente aceita por um anti-realista como Benacerraf, muito embora ele possuisse uma reação moderada aos argumentos de Gödel. Em “Mathematical Truth” Benacerraf ataca fortemente a credibilidade da faculdade epistêmica proposta por Gödel, mas afirma que tal posição também possui seus méritos. Por um lado, Benacerraf alega compartilhar com Gödel a ideia de que deve haver algum tipo de conexão entre os objetos do nosso conhecimento e nossas faculdades epistêmicas. Nesse sentido, na visão de Benacerraf, a posição de Gödel está inserida numa abordagem causal do conhecimento, embora que num sentido diferente da proposta pela epistemologia naturalizada. Além disso, Gödel tenta estabelecer ao máximo um paralelo entre os processos de aquisição do conhecimento matemático e do conhecimento empírico geral. Tudo isso fica evidente através do seguinte comentário que Benacerraf faz da abordagem de Gödel do conhecimento matemático:

More important perhaps and what I find encouraging [in Gödel’s proposal] is the evident basic agreement which motivates Gödel’s attempt to draw a parallel between mathematics and empirical science. He sees, I think, that something must be said to bridge the chasm, created by his realistic and platonistic interpretation of mathematical propositions, between the entities that form the subject matter of mathematics and the human knower. Instead of tinkering with the logical form of mathematical propositions or with the nature of the objects known, he postulates a special faculty through which we “interact” with these objects (BENACERRAF, 1973, p.675).

Mas como nem tudo são flores, Benacerraf é categórico em afirmar que a constituição e funcionamento dessa intuição matemática assumida por Gödel é misteriosa e, até o presente momento, não explanada. De acordo com Benacerraf (1973, p.674), Gödel propõe uma faculdade especial que conecte nossa estrutura cognitiva com um domínio de entidades abstratas e que nos faça perceber, por exemplo, que a verdade de axiomas da matemática se impõe a nossa razão. No entanto, ele não oferece uma explicação satisfatória de *como* isso ocorre. A ausência dessa explicação confere à proposta de Gödel um aspecto de uma saída *ad hoc* ao problema da acessibilidade: a intuição sensível vale para todos os casos, exceto nos contextos formais onde entra em cena uma intuição matemática para a qual Gödel não oferece explicação satisfatória do seu comportamento.

Se a constituição da intuição matemática proposta por Gödel é obscura, há quem contra-argamente no sentido de mostrar que a exigência feita por Benacerraf de clareza na descrição do funcionamento dos processos causais da aquisição de conhecimento também não são satisfeitas plenamente no modelo naturalista. Como chama atenção Chateaubriand (2007, pp.529-30), se radicalizado, a mesma crítica que Benacerraf desfere contra legitimidade da intuição matemática de Gödel pode ser levantada contra a

própria teoria causal na sua vertente naturalista. De acordo com Chateaubriand, em última instância, as relações causais de natureza empírica exaltadas por Benacerraf como o modelo padrão de justificação do conhecimento não estão fundadas em uma explanação segura da conexão entre fatos empíricos e nossos estados conscientes. Em linhas gerais, o argumento gira em torno das limitações das nossas teorias científicas em oferecer uma abordagem razoável da nossa estrutura cognitiva. O fato é que, até o presente momento, a formulação de uma teoria geral da consciência é ainda inacessível para os limites da física e da biologia. Além disso, Chateaubriand (2007, p.521) argumenta que o fato de não haver uma explanação para a constituição de uma intuição matemática nos termos que Gödel propõe não implica que tal faculdade epistêmica não exista de fato. Nesse sentido, a crítica de Benacerraf contra Gödel não constitui uma refutação da existência da intuição matemática, mas, antes, a alegação de que a tese de Gödel carece de argumentos mais fortes e precisos que a suporte.

Outra linha de resposta contra o argumento de Benacerraf foi elaborada por Linnebo (2006). De acordo com Linnebo, os problemas epistêmicos impostos ao realismo platônico a partir do argumento de Benacerraf partem de uma estratégia equivocada, a saber, pressupor uma simetria entre a matemática e as ciências empíricas:

By asking for a causal connection between the epistemic agent and the object of knowledge, Benacerraf treats platonistic mathematics much like physics and the other garden-variety empirical sciences. But mathematics is different. So philosophers have no right to subject it to epistemological standards that have their home in the domain of contingent empirical knowledge. Since mathematics does not purport to discover contingent empirical truths, it deserves to be treated differently. And when we only treat it as it deserves – as mathematics rather than as physics – the epistemological problem Benacerraf points to will surely go away. I call this *the Natural Response*. This response has great initial plausibility, and I believe it suffices to undermine the existing epistemological challenges to mathematical platonism (LINNEBO, 2006, p.546).

A visão filosófica do todo (*over-all philosophical view*) defendida por Benacerraf o levou a simpatizar a proposta de um tratamento semântico e sintático homogêneo para sentenças das linguagens naturais e sentenças das linguagens formais; isso tudo claramente ligado a uma epistemologia também unificada. Não por acaso, Benacerraf entendia a linguagem formal como uma espécie de sofisticação para porções das linguagens naturais relevantes para a constituição das nossas teorias matemáticas. Como defende Linnebo, para argumentar a favor desse ideal de unificação, Benacerraf usou como parâmetro as ciências empíricas. Isso fica claro na sua defesa de uma abordagem causal e naturalista de conhecimento matemático. Com isso, Benacerraf pareceu ignorar algumas características básicas das sentenças matemáticas – tais como a demonstrabilidade *a priori* de suas verdades ou falsidades – que são suficientes para colocá-las num domínio relevantemente distinto daquele composto pelas sentenças das ciências empíricas.

Nesse contexto – e retomando o esquema da seção 1 – Linnebo parece claramente negar a premissa (1) do argumento de Benacerraf; obviamente, caso a ideia de conexão causal expressada em (1) seja pensada no sentido naturalista, que envolve algum tipo de conexão empírica, exatamente como Benacerraf o faz. O que Linnebo tenta mostrar é

que, caso o pressuposto equivocado da existência de uma simetria entre matemática e ciências empíricas seja rejeitado, grande parte dos problemas epistêmicos levantados por Benacerraf em “Mathematical Truth” contra o realismo platônico em matemática se dissolvem.

Por fim, gostaria de ressaltar que há também algumas propostas menos ortodoxas para explicar a constituição do conhecimento matemático. Talvez a mais célebre seja a de Penelope Maddy (1990), que defende um realismo matemático diferente do de orientação platônica ao propor que, pelo menos alguns tipos de objetos matemáticos são concretos e que, por isso, temos acesso a eles por intermédio da experiência empírica. Nesse contexto, a proposta de Maddy constitui um tipo de *naturalismo matemático* ou *realismo imanente*. Em outras palavras, uma tentativa de colocar a filosofia da matemática em consonância com a abordagem científica da realidade natural e que mantenha os objetos pressupostos pelo discurso matemático ao máximo possível num domínio estritamente físico.

Penso que mesmo que as reações contra os argumentos de Benacerraf não refutem a crítica causal naturalista à abordagem realista platônica do conhecimento matemático, de maneira geral, elas convergem no sentido de mostrar que a proposta de Benacerraf está longe de ser o padrão a partir do qual devemos interpretar o domínio pressuposto pelo discurso matemático. O resultado surpreendente desse debate é que, embora a prática matemática tenha avançado a olhos vistos ao longo da história, ainda não temos uma epistemologia satisfatória que correlacione nosso entendimento e o domínio matemático.

Referências Bibliográficas:

- BENACERRAF, Paul. (1973) “Mathematical Truth” in: *The Journal of Philosophy*, Vol. 70, No. 19, pp. 661-679.
- BENACERRAF, P. & PUTNAM, H. (1983) *Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- CHTEAUBRIAND, Oswaldo. (2007) “Platonism in mathematics” *Manuscrito – Rev. Int. Fil.*, Campinas, v. 30, n. 2, pp. 507-538.
- GETTIER, Edmund. (1963) “Is Justified True Belief Knowledge?” in: *Analysis*, Vol. 23, No. 6, pp. 121-123.
- GÖDEL, Kurt. (1947) “What is Cantor’s continuum problem?” in: BENACERRAF, P. & PUTNAM, H. (1983) *Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press. pp. 470-485.
- KRIPKE, Saul. (1972) *Naming and Necessity*. Cambridge, Mass.: Cambridge University Press.
- LENG, Mary; PASEAU, Alexander; POTER, Michael. (Org.) (2007) *Mathematical Knowledge*. Oxford: Oxford University Press.
- LINNEBO, Øystein. (2006) “Epistemological challenges to mathematical platonism” in: *Philosophical Studies*, vol. 129 (3) pp. 545-574.
- MADDY, Penelope. (1990) *Realism in mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- SHAPIRO, Stewart. (2000) *Thinking about mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Abstract: The core of the present paper can be divided in two parts: in the first part, I present Benacerraf's argument against platonic realism in mathematics in general lines. This argument is based on a causal approach to the notion of knowledge. The second part is dedicated to some criticisms stated against Benacerraf's position. Among them I highlight Chateaubriand's and Linnebo's responses. Finally, in the conclusion, I try to present what I think to be the strong and the weak points of the two sides of the debate.

Keywords: knowledge, truth, mathematics and Platonism.